

# Aplicación de un algoritmo integral para la inferencia, detección y prevención de fraudes financieros en el suministro de medicamentos: Integración de la Ley de Benford, puntuación Z y metodología de la auditoría de Bertoni. Presentación de dos casos del Servicio Público vía Plataforma Nacional de Transparencia.

*Application of a comprehensive algorithm for the inference, detection and prevention of financial fraud in the supply of medicines: Integration of Benford's Law, Z score and Bertoni audit methodology. Presentation of two cases of the Public Service via National Transparency Platform.*

Fabián Arturo Cabrera-Bertoni<sup>1</sup>, Gabriela Aurora Hernández-Vergara<sup>2</sup>, Fabián Ortiz-Hernández<sup>3</sup> y Sergio Rangel-Ordóñez<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Doctor en Administración y Políticas Públicas, [fabiancabrerabertoni@gmail.com](mailto:fabiancabrerabertoni@gmail.com)

<sup>2</sup> Maestra en Economía y Finanzas, [g.aurora.hdz.v@gmail.com](mailto:g.aurora.hdz.v@gmail.com)

<sup>3</sup> Maestro en Negocios Internacionales, Universidad de Hult, Boston

<sup>4</sup> Licenciatura en Matemáticas Aplicadas, Consultor Senior en Consultoría Scansio

Fecha de recepción del manuscrito: 27/04/2024

Fecha de aceptación del manuscrito: 07/06/2024

Fecha de publicación: 07/07/2024

**Resumen**—La presente investigación representa la aplicación de conocimientos matemáticos, estadísticos, económicos, financieros y de la medicina humana con la firme intención de crear, fortalecer y robustecer mecanismos que procuren la estrecha vigilancia del ejercicio presupuestal de los recursos públicos en materia de suministro de medicamentos para los derechohabientes del Sistema Nacional de Salud. La información presentada de los dos casos del Servicio Público se obtuvo de la Plataforma Nacional de Transparencia, los cuales fueron sujetos del análisis propuesto. En este sentido, es necesario resaltar la importancia del Instituto Nacional de Transparencia que permite que este tipo de investigaciones se realicen a través de la Plataforma Nacional de Transparencia (PNT). El hallazgo referente a la aplicación de la Ley de Benford, la puntuación z y la metodología de la auditoría de Bertoni en materia de rendición de cuentas para clarificar y transparentar el suministro de medicamentos, cumple de manera clara y convincente con su demostración matemática, por lo que representa una innovación en la disciplina de la auditoría médica económica y financiera de servicios farmacéuticos, proceso que ha sido vulnerado y afectado de manera cuantiosa debido a la corrupción histórica que existe en nuestro país en sus distintos niveles. Se prevé que la fusión de la presente aplicación multidisciplinaria de este hallazgo con inteligencia artificial permitirá observar en tiempo real el cumplimiento de lo mandado en el artículo 134° de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos.

**Palabras clave**—algoritmo, ley de Benford, puntuación z, auditoría forense, metodología de Bertoni, prevención.

**Abstract**—This research paper presents the use of math, statistics, economics, finance, and human medicine knowledge with the goal of creating, strengthening, and robust mechanisms that aim to monitor the budgeting of public resources closely, in terms of medication supply for the recipients of the Sistema Nacional de Salud (National Health System). The information presented on the two public service cases was obtained from the “Plataforma Nacional de Transparencia” (National Transparency Platform), which were subjects of the proposed analysis. Therefore, it is of utmost importance to highlight the importance of the “Instituto Nacional de Transparencia” (National Transparency Institute) in allowing for this kind of research to be carried out. The findings regarding the application of Benford's Law, the z-score, and Bertoni's methodology on accountability to clarify and transparent the supply of medications, accomplish clearly and convincingly its mathematical proof, thus, represents an innovation in the discipline of medical, economic, and financial auditing of pharmaceutical services, process that has been disrupted and affected in a substantial way due to the historical corruption that exists in our country at its different levels. It is expected that the fusion of the present multidisciplinary application of this finding with artificial intelligence will allow compliance with the provisions of Article 134 of the “Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos” (Political Constitution of the United Mexican States) to be observed in real time.

**Keywords**—algorithm, Benford's law, z score, forensic audit, Bertoni methodology, prevention.

## INTRODUCCIÓN

**E**l advenimiento de la Inteligencia Artificial y el Machine Learning es un hito en la historia de la humanidad. Diferentes secretarías del servicio público comienzan a demandar de su uso con la finalidad de optimizar la vigilancia financiera de los ciudadanos, no obstante, el Sistema Nacional de Salud dispone de pocos mecanismos que vigilen y controlen la prescripción y el surtimiento de medicamentos en México, pues sus esfuerzos se centran en la farmacovigilancia, no así en la rendición de cuentas, limitándose a registros informáticos simples que permiten realizar trazabilidades lineales para gestionar medicamentos en el futuro.

Este vacío regulatorio ha permitido que diversos actos de corrupción afecten la entrega de los medicamentos a los pacientes. En la actualidad las propuestas gubernamentales se ciñen a combatir a la corrupción, no obstante, los mecanismos son ambiguos y poco claros para implementarlos.

En México se ha tenido un avance importante en el desarrollo de Tecnologías de la Información y Comunicaciones (TIC), identificando que es necesario fortalecer la política de TIC en el sector salud, para lo cual es importante una adecuada planeación y consenso en la formulación de esta política y sus respectivas estrategias y programas, con fines de promover el éxito en el acceso, adopción e implementación de estas tecnologías (De León, 2021).

La e-governance apuesta por las tecnologías de la información que permitan, además de asegurar los servicios al sector público, todos aquellos mecanismos que faciliten a la ciudadanía realizar diversos trámites en la nube para evitar el contacto con servidores públicos intermediarios. Para el caso de la e-Salud, la portabilidad del expediente clínico electrónico es un pendiente universal, ya que en ninguna parte del mundo existe interoperabilidad de los sistemas informáticos entre los servicios de salud públicos y privados.

Paralelo a los procesos de registros electrónicos que conlleva el expediente clínico electrónico universal, el análisis de la trazabilidad de procesos es vital para comprender la dinámica de la salud pública en nuestro país y sus predicciones.

La comprensión de la salud pública actual en México se reduce a efectuar registros estadísticos casuísticos, tendencias y proyecciones con ajustes muy simples, basados en tendencias históricas lineales, sin embargo, el personal de salud dispone de pocas herramientas informáticas que les permita analizar la estadística generada y definir una agenda que prevea a la información de manera dinámica y en tiempo real.

La prevención de la corrupción en los servicios farmacéuticos debe realizarse en tiempo real, dando poco margen de tiempo para que los infractores de la ley puedan delinquir con subsanaciones técnicas en los sistemas o en los expedientes clínicos.

El uso de la Ley de Benford es extendido en materia

de fiscalización crediticia en el sector bancario, no obstante, su aplicación en materia de vigilancia para el adecuado suministro de medicamentos es la primera descripción de la que se tiene conocimiento en la literatura mundial, por lo que la presente línea de investigación representa una oportunidad para promover su uso en países que adolecen de corrupción y de desabasto de medicamentos.

La Plataforma Nacional de Transparencia fue un elemento crucial para poder desarrollar esta investigación, con la búsqueda de datos que cuentan con los criterios mínimos de análisis.

## DESARROLLO

La corrupción y los fraudes en servicios farmacéuticos suceden en distintos momentos de la planeación de los suministros, describiendo los principales:

1. Durante el proceso de las licitaciones públicas gubernamentales. Esto ocurre a niveles de alta gerencia y directivas institucionales. Por ejemplo, otorgar contratos a empresas que no cumplen con la capacidad instalada para surtir medicamentos e insumos, aunque en los concursos de licitación pública demuestren documentalmente su competencia.
2. En la ruta de surtimientos desde las empresas farmacéuticas hacia los destinos finales en donde existen asaltos simulados a camiones cargados de medicamentos, cuyo destino final concluye con su venta en el mercado negro. Muchos de estos siniestros están cabildados entre diferentes actores, afectando a las empresas que aseguran cargamentos de medicamentos.
3. Durante el proceso de surtimiento de medicamentos que han llegado a las instituciones públicas. Esto ocurre de manera operativa existiendo contubernio entre el personal de las clínicas y los responsables de las farmacias, que suelen ser subrogadas. Por ejemplo, simular atención médica a pacientes inexistentes, emitir recetas y simular su surtimiento documentalmente.
4. Pacientes que fingen enfermedades para acceder a tratamientos con medicamentos que no necesitan y que pueden vender en el mercado negro o informal.
5. Pacientes que en contubernio con los médicos simulan enfermedades y acceden a la prescripción de medicamentos de alto costos que pueden venderse en los consultorios, el mercado negro o informal.

### Antecedentes.

“El huachicoleo de medicamentos”.

La corrupción en las licitaciones de adquisición de medicamentos y su suministro ha sido histórica, resaltando la compra de fármacos e insumos a sobreprecio; adquisiciones a empresas que tienen conflictos de intereses con servidores públicos; uso de medicamentos gubernamentales para campañas políticas. Pese a que las medidas regulatorias en la

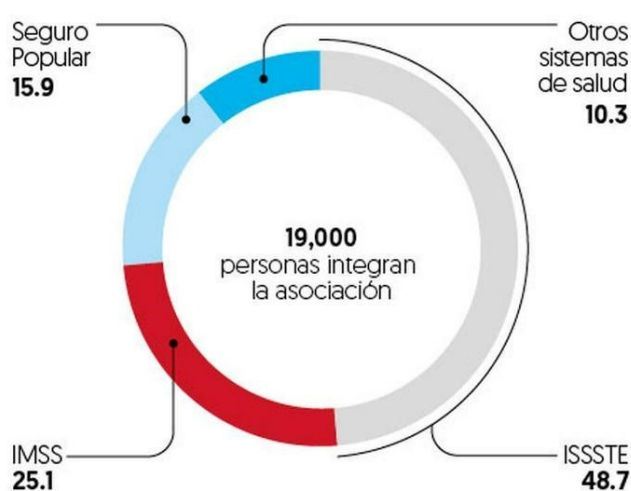
adquisición de esos insumos y fármacos es un tema central, el análisis clínico y estadístico de lo que se prescribe es prácticamente nulo en nuestro país.

La Asociación Civil Nosotrxs informó en 2021, que gran parte del desabasto de medicamentos en México se debe al robo hormiga, distribución ineficiente y corrupción, causas que generan desabasto de medicamentos. En su primer reporte ‘No al Huachicol de Medicamentos’, mostró que la institución que mayor desabasto de tratamientos ha tenido es el ISSSTE con 48.7 por ciento de los casos (Rodríguez, 2019).

## Los más afectados

El ISSSTE es la institución que más desabasto de medicamentos ha tenido de mayo a septiembre.

### Part% del desabasto



Fuente: NO AL HUACHICOL DE MEDICAMENTOS

Fig. 1: Representación de los más afectados.

Los principales esfuerzos en la denuncia y detección de anomalías que causan el desabasto provienen de sociedades civiles (pacientes con VIH y enfermedades oncológicas), por lo que no existen fuentes oficiales que informen el impacto económico del robo hormiga de los medicamentos que, aunado a la falta de la profesionalización de la auditoría médica en México, tienen un amplio margen de tolerancia a la merma mediante subsanaciones fraudulentas en el expediente clínico u otros registros.

Estacionalidad de las enfermedades.

Históricamente se había creído que la prescripción de medicamentos obedece a patrones estacionales, es decir, que se desplazan algunos medicamentos con mayor frecuencia durante algunas temporadas, como lo es los antigripales en meses invernales. Esta línea de pensamiento ha influido mucho la forma de administrar los sistemas de salud y aunque tiene un trasfondo lógico, en 2023 Cabrera-Bertoni demostró que el comportamiento de patrones financieros

de la prescripción de medicamentos también obedece a la Ley de Benford, es decir, patrones aleatorios, lo cual podría revolucionar los sistemas de auditoría financiera en ese sector en nuestro país, por lo que ambas metodologías se complementan para la gestión de medicamentos e insumos.

## Definiciones y Marco teórico.

El algoritmo propuesto se compone de tres partes:

1. Ley de Benford
2. Puntuación Z
3. Metodología de la auditoría de Bertoni

La metodología de análisis del algoritmo se obtiene en dos momentos de tiempo independientes:

1. Análisis atemporal
2. Análisis de trazabilidad

### Análisis atemporal.

El análisis atemporal puede realizarse con la Ley de Benford y la Puntuación Z en cualquier momento y a partir una sola base de datos que disponga de al menos 500 líneas de registros de medicamentos y la erogación total por cada uno de ellos.

### Análisis de trazabilidad.

El análisis de trazabilidad puede ser efectuado mediante la metodología de la auditoría de Bertoni, la cual calcula indicadores asociados a cantidades y fenómenos financieros como la inflación, que permiten explicar las posibles causas de las variaciones de medicamentos a lo largo del tiempo.

### Integración del algoritmo.

Los resultados del análisis atemporal y de trazabilidad permiten dilucidar e inferir si existen fenómenos concatenados que impliquen un posible desvío de recursos, mala administración, gestión deficiente o fenómenos epidemiológicos que pudieran afectar el suministro de medicamentos.



Fig. 2: Resultados del análisis atemporal y de trazabilidad. Fuente: elaboración propia

Auditoría financiera forense.

La auditoría financiera forense es una rama de la auditoría que se orienta a participar y coadyuvar en la investigación de fraudes, es decir de actos conscientes y voluntarios con los cuales se burlan o eluden las normas legales, o se usurpa lo que por derecho corresponde a otros sujetos, mediante el uso de mecanismos dolosos para obtener una ventaja o un beneficio ilícito (ASF, 2024).

Ley de Benford.

Al percatarse de que las páginas de los primeros dígitos en las tablas de logaritmos estaban más desgastadas que las páginas de los últimos dígitos, el astrónomo y matemático Simon Newcomb descubrió, en 1881, que los dígitos iniciales significativos de los números (i.e. excluyendo el cero) no se distribuían de manera uniforme (Castañeda, 2011).

Frank Benford redescubrió el fenómeno en 20 muestras de diferentes fuentes, que se aportó evidencia rigurosa sobre la presencia recurrente de la distribución logarítmica de los dígitos (Hill, 1998). Entre las bases de datos que mostraban esta frecuencia relativa se encontraban las siguientes: cuentas de electricidad, área de los ríos, peso atómico de los elementos químicos, números de los inmuebles en las calles, número de habitantes en las poblaciones, estadísticas de la liga americana de beisbol, número de defunciones en desastres.

Una aplicación importante de la ley de Benford (o ley del primer dígito) se encuentra en la detección de fraudes fiscales (Nigrini, 1996; Durtschi et al., 2004), por lo que varios analistas han sugerido que esta prueba forense podría utilizarse para detectar la posibilidad de manipulación en otros tipos de datos socioeconómicos (Varian, 1972; Diekmann, 2004).

### Aplicación de la Ley de Benford en la prescripción de medicamentos.

Al considerar que la prescripción y registro de medicamentos obedece a patrones estacionales de las enfermedades, no existen trabajos en la literatura que describan su uso. En 2023 Cabrera-Bertoni, efectuó la aplicación de la Ley de Benford en listados de medicamentos de la Banca de Desarrollo publicados en la Plataforma Nacional de Transparencia (PNT) del Instituto Nacional de Transparencia, Acceso a la Información y Protección de Datos Personales (INAI).

Fórmula de la Ley de Benford.

La ley de Benford establece que la probabilidad de que la primera cifra sea un determinado número es igual al logaritmo de uno más uno partido por dicho número (Probabilidad y estadística net, 2024).

$$P[X = d] = \log_{10} \left( 1 + \frac{1}{d} \right)$$

$$d = 1, 2, 3, \dots, 9$$

| Dígito | Probabilidad de que sea la primera cifra |
|--------|--|
| 1      | 30,1%                                    |
| 2      | 17,6%                                    |
| 3      | 12,5%                                    |
| 4      | 9,7%                                     |
| 5      | 7,9%                                     |
| 6      | 6,7%                                     |
| 7      | 5,8%                                     |
| 8      | 5,1%                                     |
| 9      | 4,6%                                     |

En materia de auditoría forense, cuando un primer dígito no cumple con la Ley de Benford, puede ser sujeta a revisiones exhaustivas.

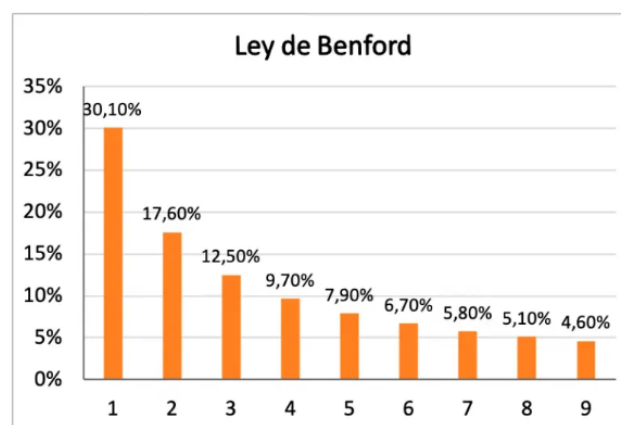


Fig. 3: Ley de Benford. Fuente: Academia Balderix (2024)

## Postulado matemático de la Ley de Benford en prescripciones médicas.

Sea  $d$  el número que aparece como primer dígito para cualquier número dado, donde  $d$  es un elemento  $(1, 2, \dots, 9)$

Sea  $b$  un conjunto de números con cardinalidad mayor o igual a 500  $|b| \geq 500$

Se dice que  $b$  tiene la propiedad de Benford si la probabilidad de que  $d$  aparezca como primer dígito dentro del conjunto  $b$

$P(d)$  aproximadamente igual a  $\log_{10}(1+1/d)$

Sea  $B$  la colección de todos conjuntos  $b$  que cumplen la propiedad de la Ley de Benford

$B = \{b \mid P(d) \text{ aproximadamente igual a } \log_{10}(1 + 1/d)\}$

Sea  $a$  un conjunto de números con cardinalidad mayor o igual a 500

$|a| \geq 500$

Sea  $A$  la colección de todos conjuntos  $a$  que presentan comportamientos inusuales en sus datos (posibles candidatos a auditoría)

$A = \{a \mid a \text{ presenta comportamientos inusuales en sus datos}\}$

Sea  $r$  un conjunto de números con cardinalidad mayor o igual a 500  $|r| \geq 500$

### Proposición.

Si  $r$  no es un elemento del conjunto  $B \rightarrow r$  es un elemento de  $A$

(Es decir, si  $r$  no cumple con la propiedad de la Ley de Benford entonces  $r$  es un conjunto anómalo y posible candidato a auditoría).

### Puntuación $Z$ .

Es una puntuación estadística que indica a cuántas desviaciones estándar de la media se encuentra un valor. Para calcular una puntuación  $Z$  de un valor se debe restar la media a dicho valor y luego dividir por la desviación estándar de la muestra de datos. La puntuación  $Z$  de un valor resulta muy útil en los contrastes de hipótesis para calcular los límites

de los intervalos de confianza y, por lo tanto, de la región de rechazo de la hipótesis nula.

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

Donde  $Z$  es la puntuación  $Z$ ,  $X$  es el valor del que se calcula el puntaje  $Z$ ,  $\bar{X}$  es la media aritmética y  $\sigma$  es la desviación estándar o desviación típica.

La interpretación del valor de la puntuación  $Z$  es sencilla: el valor de la puntuación  $Z$  indica el número de desviaciones típicas que hay entre un valor y la media. Por lo tanto, cuanto mayor sea el valor absoluto de la puntuación  $Z$ , más lejos estará el valor de la media, en este caso si la desviación estándar es superior a 1.94 significa que ese valor está alterado pues se encuentra fuera de la normalidad de la curva.

## Metodología de la auditoría de Bertoni.

La metodología de la auditoría de Bertoni se encuentra registrada en INDAUTOR con número de registro 03-2023-062312060200-01, y se recomienda para controles internos que complementan a la aplicación de la Ley de Benford con la puntuación  $z$ .

Aspectos que la componen:

I. Análisis clínico del muestreo estadístico II. Índice Qmed. III. Índice Gmed.

I. Análisis clínico del muestreo estadístico.

1. Realizar un muestreo estadístico aleatorio para el análisis clínico.

Las fórmulas para determinar el tamaño de la muestra se efectúan de la siguiente manera (SurveyMonkey, s/f):

$$\text{Tamaño de la muestra} = \frac{\frac{z^2 p(1-p)}{e^2}}{1 + \frac{z^2 p(1-p)}{e^2 N}}$$

En donde:

N = tamaño de la población

e = margen de error (porcentaje expresado con decimales)

z = puntuación z

Es recomendable utilizar una z de .58 para tener un 9 % de confiabilidad en la muestra.

## II. Índice Qmed.

El índice Qmed es una proporción que compara la cantidad de medicamentos (Q) y el gasto de los medicamentos emitidos en el mismo periodo en un ejercicio fiscal anterior. Lo idóneo es comparar al menos dos periodos consecutivos que hayan operado en condiciones similares. Figura 4.

En la comparación se debe revisar lo siguiente:

a. Índice Q de medicamentos (Qmed) en mismo periodo en ejercicios diferentes.

$$\text{Índice } Q_{med} = \frac{Q_{ejercicio \text{ previo}}}{Q_{ejercicio \text{ actual}}}$$

Donde Q es la cantidad total de medicamentos prescritos. Interpretación:

Si el índice Qmed es inferior a 1 verifique lo siguiente:

- ¿Incrementó la población de derechohabientes?
- Si. Esta puede ser la razón.
- No. Existe un exceso de prescripciones. La revisión debe efectuarse con mayor meticulosidad y aislar el o los medicamento(s) que incrementaran su prescripción.

- ¿Existió algún tipo de contingencia epidemiológica?
- Si. Esta puede ser la razón. Analizar si el medicamento en exceso corresponde a la contingencia.
- No. Existe un exceso de prescripciones. La revisión debe efectuarse con mayor meticulosidad.

- ¿Existió alguna campaña o factor externo que promoviera el consumo de fármacos?
- Si. Esta puede ser la razón. Analizar si el medicamento corresponde a la campaña efectuada.
- No. Existe un exceso de prescripciones. La revisión debe efectuarse con mayor meticulosidad.

Si el índice Qmed es superior a 1 verifique lo siguiente, Figura 5:

- ¿Disminuyó la población de derechohabientes?
- Si. Esta puede ser la razón.

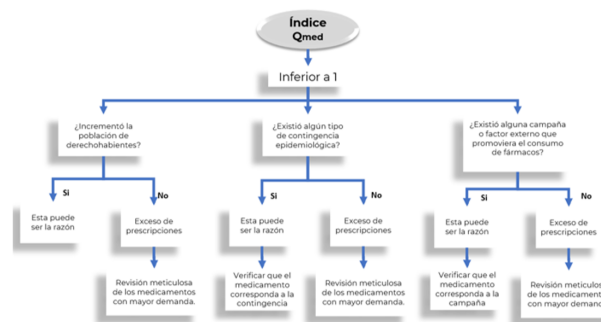


Fig. 4: Índice Qmed es inferior a 1. Fuente: Elaboración propia.

- No. Existe un decremento de prescripciones. Verificar razones que restringen la prescripción y atenderlas.

Modificables:

- Presupuestales
- Cantidad de médicos
- No modificables
- Desabasto en el mercado

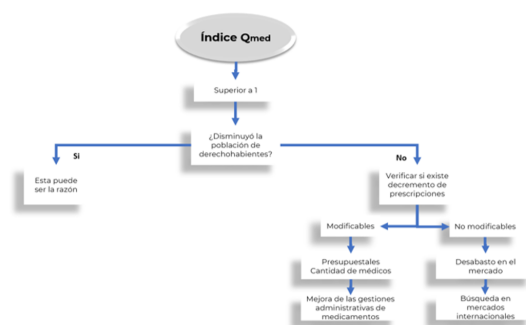


Fig. 5: Índice Qmed superior a 1. Fuente: Elaboración propia.

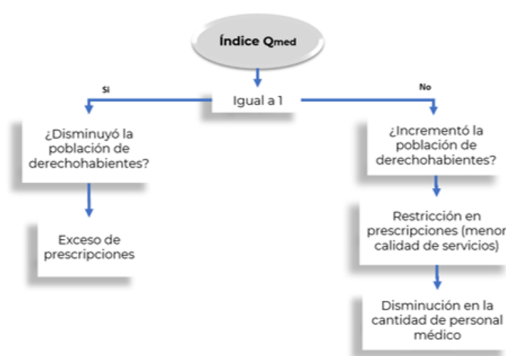
Si el índice Qmed es igual a 1 significa que existe un comportamiento de prescripción similar al ejercicio anterior, sin embargo, deben considerarse los siguientes factores, Figura 6:

- Si la población de derechohabientes disminuyó y aun así se mantiene en 1 implica un exceso de prescripciones.
- Si la población de derechohabientes incrementó implica algún tipo de restricción en la prescripción:

o Disminución en la cantidad de personal médico.  
o Medidas restrictivas de medicamentos o de consultas que resultan en menor calidad de los servicios.

- Factores externos que disminuyen la asistencia a los servicios de atención primaria.





**Fig. 6:** Índice Qmed igual a 1. Fuente: Elaboración propia.

### III. Índice Gmed

El índice Gmed es una proporción que compara el gasto en medicamentos entre dos periodos, el actual y el anterior inmediato. Lo idóneo es comparar al menos dos periodos consecutivos que hayan operado en condiciones similares. Figura 7.

b. Índice G de medicamentos (Gmed) en mismo periodo en ejercicios diferentes.

$$\text{Índice } G_{med} = \frac{G_{ejercicio\ previo} \left(1 + \frac{\text{inflación actual}}{100}\right)}{G_{ejercicio\ actual}}$$

Donde G es el gasto total de medicamentos prescritos.

Interpretación:

Es muy importante verificar que el incremento del gasto sea proporcional a la inflación.

1. Si el índice es inferior a 1 puede significar, Figura 8:

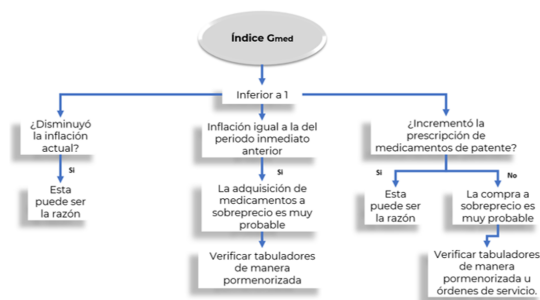
a. Disminución de la inflación actual en comparación a la de la inflación del ejercicio anterior.

b. Si la inflación en ambos periodos es igual, la adquisición de medicamentos a sobreprecio es muy probable. Verificar los tabuladores de manera pormenorizada.

c. ¿Incrementó la prescripción de medicamentos de paciente?

i. Si. Esto puede explicarlo.

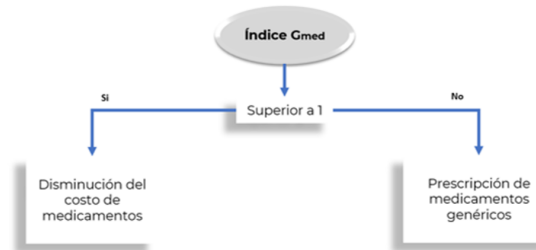
ii. No. La compra a sobreprecio es muy probable. Verificar tabuladores órdenes de servicio.



**Fig. 7:** Índice Gmed inferior a 1. Fuente: Elaboración propia.

2. Si el índice es superior a 1 puede significar:

- Disminución en el costo de medicamentos
- Prescripción de medicamentos genéricos.



**Fig. 8:** Índice Gmed superior a 1. Fuente: Elaboración propia.

3. Si el índice es igual a 1 puede significar que la tendencia en el gasto se comporta de acuerdo con lo esperado, Figura 9.



**Fig. 9:** Índice Gmed igual a 1. Fuente: Elaboración propia.

### Metodología de búsqueda de información para la presentación de casos.

En la PNT del INAI pueden buscarse datos en cuanto al consumo mensual de medicamentos de diversas entidades.

Para la comprensión de la aplicación de la metodología propuesta se utilizará información pública del Banco Nacional de Obras y Servicios Públicos.





Por favor no referenciar a COMPRANET; en la presente solicitud no se pide información sobre resultado de convocatorias o fallos, sino los medicamentos adquiridos en el periodo ABRIL, MAYO, JUNIO del 2020 (Mensualizado).

Alfredo Vargas San Vicente  
Director de Recursos Humanos



## 2. Análisis de la información presentada.

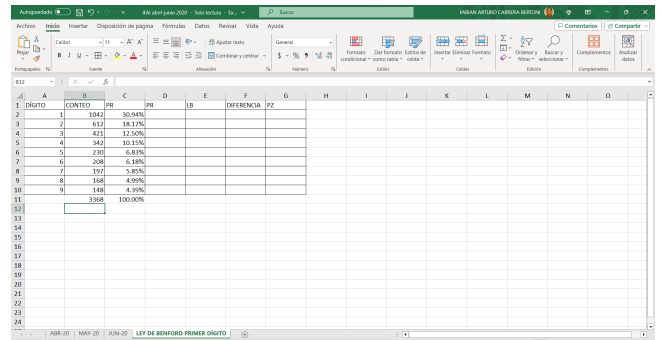
Del listado general, se procederá a la búsqueda del primer dígito del importe total gastado por cada uno de los conceptos. En Excel puede utilizarse la fórmula =izquierda (celda,1).

[illegible]

**Fig. 11:** Listado general.

Se obtiene el primer dígito y se aplica la misma fórmula al resto del listado.

Del listado general, se procederá a la búsqueda de los dos primeros dígitos del importe total gastado por cada uno de los conceptos. En Excel puede utilizarse la fórmula =izquierda(celda,2)

[illegible][illegible]

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following data:

|    | DIGITO | CONTEO | PR      | LB      | DIFERENCIA | PZ |
|----|--------|--------|---------|---------|------------|----|
| 1  | 1      | 5842   | 30.94%  | 30.10%  |            |    |
| 2  | 2      | 632    | 18.17%  | 17.61%  |            |    |
| 3  | 3      | 411    | 11.50%  | 12.45%  |            |    |
| 4  | 4      | 342    | 10.15%  | 9.66%   |            |    |
| 5  | 5      | 230    | 6.83%   | 7.92%   |            |    |
| 6  | 6      | 208    | 6.18%   | 6.69%   |            |    |
| 7  | 7      | 197    | 5.85%   | 5.86%   |            |    |
| 8  | 8      | 168    | 4.99%   | 5.12%   |            |    |
| 9  | 9      | 148    | 4.39%   | 4.58%   |            |    |
| 10 |        | 3368   | 100.00% | 100.00% |            |    |

The status bar at the bottom of the Excel window indicates the file name: 'LEY DE BENEFICIO PRIMER DIGITO'.

[illegible]

**Autoguardado** [Iconos de guardado] | **IAFI abril-junio 2020 - Solo lectura - Ex...** [Búsqueda]

---

**Archivo Inicio Insertar Disposición de página Fórmulas Datos Revisar Vista Ayuda**

[Pegar] [Formato] [Fuentes] [Alineación] [Estilos]

**C2** [X] [✓] [fx] =D2-C2

| A        | B      | C    | D       | E          | F      | G |
|----------|--------|------|---------|------------|--------|---|
| 1 DÍGITO | CONTEO | PR   | LB      | DIFERENCIA | PZ     |   |
| 2        | 1      | 1042 | 30.94%  | 30.10%     | =D2-C2 |   |
| 3        | 2      | 612  | 18.17%  | 17.61%     |        |   |
| 4        | 3      | 421  | 12.50%  | 12.49%     |        |   |
| 5        | 4      | 342  | 10.15%  | 9.69%      |        |   |
| 6        | 5      | 230  | 6.83%   | 7.92%      |        |   |
| 7        | 6      | 208  | 6.18%   | 6.69%      |        |   |
| 8        | 7      | 197  | 5.85%   | 5.80%      |        |   |
| 9        | 8      | 168  | 4.99%   | 5.12%      |        |   |
| 10       | 9      | 148  | 4.39%   | 4.58%      |        |   |
| 11       |        | 3368 | 100.00% | 100.00%    |        |   |
| 12       |        |      |         |            |        |   |
| 13       |        |      |         |            |        |   |
| 14       |        |      |         |            |        |   |

**Fig. 15:** Aplicación de la resta aritmética

Se obtiene el promedio del conteo.

obtiene la desviación estándar del conteo.

|    | A      | B      | C       | D       | E          | F  | G |
|----|--------|--------|---------|---------|------------|----|---|
| 1  | DÍGITO | CONTEO | PR      | LB      | DIFERENCIA | PZ |   |
| 2  | 1      | 1042   | 30.94%  | 30.10%  | -0.84%     |    |   |
| 3  | 2      | 612    | 18.17%  | 17.61%  | -0.56%     |    |   |
| 4  | 3      | 421    | 12.50%  | 12.49%  | -0.01%     |    |   |
| 5  | 4      | 342    | 10.15%  | 9.69%   | -0.46%     |    |   |
| 6  | 5      | 230    | 6.83%   | 7.92%   | 1.09%      |    |   |
| 7  | 6      | 208    | 6.18%   | 6.69%   | 0.52%      |    |   |
| 8  | 7      | 197    | 5.85%   | 5.80%   | -0.05%     |    |   |
| 9  | 8      | 168    | 4.99%   | 5.12%   | 0.13%      |    |   |
| 10 | 9      | 148    | 4.39%   | 4.58%   | 0.18%      |    |   |
| 11 |        | 3368   | 100.00% | 100.00% | 0.00%      |    |   |
| 12 |        |        |         |         |            |    |   |
| 13 |        |        |         |         |            |    |   |
| 14 |        |        |         |         |            |    |   |

Fig. 16: Promedios.

|    | A      | B      | C       | D       | E          | F  | G |
|----|--------|--------|---------|---------|------------|----|---|
| 1  | DÍGITO | CONTEO | PR      | LB      | DIFERENCIA | PZ |   |
| 2  | 1      | 1042   | 30.94%  | 30.10%  | -0.84%     |    |   |
| 3  | 2      | 612    | 18.17%  | 17.61%  | -0.56%     |    |   |
| 4  | 3      | 421    | 12.50%  | 12.49%  | -0.01%     |    |   |
| 5  | 4      | 342    | 10.15%  | 9.69%   | -0.46%     |    |   |
| 6  | 5      | 230    | 6.83%   | 7.92%   | 1.09%      |    |   |
| 7  | 6      | 208    | 6.18%   | 6.69%   | 0.52%      |    |   |
| 8  | 7      | 197    | 5.85%   | 5.80%   | -0.05%     |    |   |
| 9  | 8      | 168    | 4.99%   | 5.12%   | 0.13%      |    |   |
| 10 | 9      | 148    | 4.39%   | 4.58%   | 0.18%      |    |   |
| 11 |        | 3368   | 100.00% | 100.00% | 0.00%      |    |   |
| 12 |        |        |         |         |            |    |   |
| 13 |        |        |         |         |            |    |   |
| 14 |        |        |         |         |            |    |   |
| 15 |        |        |         |         |            |    |   |
| 16 |        |        |         |         |            |    |   |

Fig. 17: Promedio del conteo.

|    | A      | B      | C       | D       | E          | F  | G |
|----|--------|--------|---------|---------|------------|----|---|
| 1  | DÍGITO | CONTEO | PR      | LB      | DIFERENCIA | PZ |   |
| 2  | 1      | 1042   | 30.94%  | 30.10%  | -0.84%     |    |   |
| 3  | 2      | 612    | 18.17%  | 17.61%  | -0.56%     |    |   |
| 4  | 3      | 421    | 12.50%  | 12.49%  | -0.01%     |    |   |
| 5  | 4      | 342    | 10.15%  | 9.69%   | -0.46%     |    |   |
| 6  | 5      | 230    | 6.83%   | 7.92%   | 1.09%      |    |   |
| 7  | 6      | 208    | 6.18%   | 6.69%   | 0.52%      |    |   |
| 8  | 7      | 197    | 5.85%   | 5.80%   | -0.05%     |    |   |
| 9  | 8      | 168    | 4.99%   | 5.12%   | 0.13%      |    |   |
| 10 | 9      | 148    | 4.39%   | 4.58%   | 0.18%      |    |   |
| 11 |        | 3368   | 100.00% | 100.00% | 0.00%      |    |   |
| 12 |        |        |         |         |            |    |   |
| 13 |        |        |         |         |            |    |   |
| 14 |        |        |         |         |            |    |   |
| 15 |        |        |         |         |            |    |   |
| 16 |        |        |         |         |            |    |   |

Fig. 18: Desviación estándar (formula).

Se procede a obtener la puntuación z (PZ) del conteo con la

|    | A      | B      | C       | D       | E          | F  | G |
|----|--------|--------|---------|---------|------------|----|---|
| 1  | DÍGITO | CONTEO | PR      | LB      | DIFERENCIA | PZ |   |
| 2  | 1      | 1042   | 30.94%  | 30.10%  | -0.84%     |    |   |
| 3  | 2      | 612    | 18.17%  | 17.61%  | -0.56%     |    |   |
| 4  | 3      | 421    | 12.50%  | 12.49%  | -0.01%     |    |   |
| 5  | 4      | 342    | 10.15%  | 9.69%   | -0.46%     |    |   |
| 6  | 5      | 230    | 6.83%   | 7.92%   | 1.09%      |    |   |
| 7  | 6      | 208    | 6.18%   | 6.69%   | 0.52%      |    |   |
| 8  | 7      | 197    | 5.85%   | 5.80%   | -0.05%     |    |   |
| 9  | 8      | 168    | 4.99%   | 5.12%   | 0.13%      |    |   |
| 10 | 9      | 148    | 4.39%   | 4.58%   | 0.18%      |    |   |
| 11 |        | 3368   | 100.00% | 100.00% | 0.00%      |    |   |
| 12 |        |        |         |         |            |    |   |
| 13 |        |        |         |         |            |    |   |
| 14 |        |        |         |         |            |    |   |
| 15 |        |        |         |         |            |    |   |

Fig. 19: Desviación estándar, resultados.

fórmula =(celda/promedio del conteo)/desviación estándar del conteo.

|    | A      | B      | C       | D       | E          | F  | G |
|----|--------|--------|---------|---------|------------|----|---|
| 1  | DÍGITO | CONTEO | PR      | LB      | DIFERENCIA | PZ |   |
| 2  | 1      | 1042   | 30.94%  | 30.10%  | -0.84%     |    |   |
| 3  | 2      | 612    | 18.17%  | 17.61%  | -0.56%     |    |   |
| 4  | 3      | 421    | 12.50%  | 12.49%  | -0.01%     |    |   |
| 5  | 4      | 342    | 10.15%  | 9.69%   | -0.46%     |    |   |
| 6  | 5      | 230    | 6.83%   | 7.92%   | 1.09%      |    |   |
| 7  | 6      | 208    | 6.18%   | 6.69%   | 0.52%      |    |   |
| 8  | 7      | 197    | 5.85%   | 5.80%   | -0.05%     |    |   |
| 9  | 8      | 168    | 4.99%   | 5.12%   | 0.13%      |    |   |
| 10 | 9      | 148    | 4.39%   | 4.58%   | 0.18%      |    |   |
| 11 |        | 3368   | 100.00% | 100.00% | 0.00%      |    |   |
| 12 |        |        |         |         |            |    |   |
| 13 |        |        |         |         |            |    |   |
| 14 |        |        |         |         |            |    |   |
| 15 |        |        |         |         |            |    |   |
| 16 |        |        |         |         |            |    |   |

Fig. 20: Puntuación del conteo.

Se obtienen las desviaciones estándar por cada dígito:

Se procede a realizar la gráfica de los resultados:

Análisis de la aplicación de la Ley de Benford.

La gráfica de los medicamentos de Banobras del mes de junio de 2020 cumple con la Ley de Benford, ya que ninguno de los primeros dígitos de cada uno de los importes totales rebasó la curva (verde); si alguno de ellos lo hubiese hecho todos aquellos conceptos cuyo importe total comience con el dígito afectado, deben ser sometidos a auditoría.

Análisis del primer par con sinergia de las puntua-

| DÍGITO               | CONTEO | PR         | LB      | DIFERENCIA | PZ |
|----------------------|--------|------------|---------|------------|----|
| 1                    | 1042   | 30.94%     | 30.10%  | -0.84%     |    |
| 2                    | 612    | 18.17%     | 17.61%  | -0.56%     |    |
| 3                    | 421    | 12.50%     | 12.49%  | -0.01%     |    |
| 4                    | 342    | 10.15%     | 9.69%   | -0.46%     |    |
| 5                    | 230    | 6.83%      | 7.92%   | 1.09%      |    |
| 6                    | 208    | 6.18%      | 6.69%   | 0.52%      |    |
| 7                    | 197    | 5.85%      | 5.80%   | -0.05%     |    |
| 8                    | 168    | 4.99%      | 5.12%   | 0.13%      |    |
| 9                    | 148    | 4.39%      | 4.58%   | 0.18%      |    |
| 10                   | 3368   | 100.00%    | 100.00% | 0.00%      |    |
| PROMEDIO DEL CONTEO: |        | 374.222222 |         |            |    |
| DESVIACIÓN ESTÁNDAR: |        | 291.383243 |         |            |    |

Fig. 21: Conteo con la formula.

| DÍGITO               | CONTEO | PR         | LB      | DIFERENCIA | PZ         |
|----------------------|--------|------------|---------|------------|------------|
| 1                    | 1042   | 30.94%     | 30.10%  | -0.84%     | 2.29175079 |
| 2                    | 612    | 18.17%     | 17.61%  | -0.56%     | 0.81603106 |
| 3                    | 421    | 12.50%     | 12.49%  | -0.01%     | 0.16053695 |
| 4                    | 342    | 10.15%     | 9.69%   | -0.46%     | -0.1105836 |
| 5                    | 230    | 6.83%      | 7.92%   | 1.09%      | -0.4949572 |
| 6                    | 208    | 6.18%      | 6.69%   | 0.52%      | -0.5704591 |
| 7                    | 197    | 5.85%      | 5.80%   | -0.05%     | -0.6082101 |
| 8                    | 168    | 4.99%      | 5.12%   | 0.13%      | -0.7077354 |
| 9                    | 148    | 4.39%      | 4.58%   | 0.18%      | -0.7763735 |
| 10                   | 3368   | 100.00%    | 100.00% | 0.00%      |            |
| PROMEDIO DEL CONTEO: |        | 374.222222 |         |            |            |
| DESVIACIÓN ESTÁNDAR: |        | 291.383243 |         |            |            |

Fig. 22: Listado de datos para representar los resultados

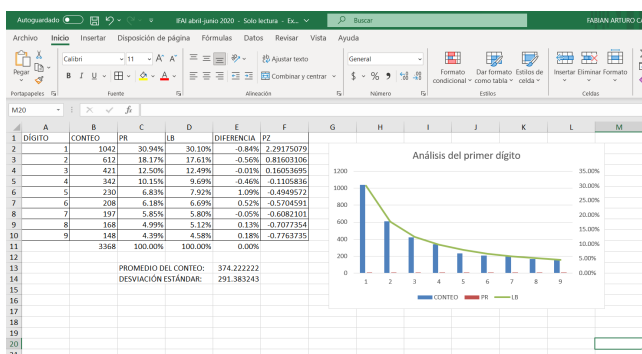


Fig. 23: Gráfica de resultados.

## ciones z.

En vez de realizar el análisis del primer dígito, se procederá a efectuar el análisis del primer par, siendo esta numeración del 10 al 99.

A pesar de que en el análisis del primer dígito de la Ley de Benford se cumple el criterio al permanecer los valores dentro de la curva, al analizar el primer par en conjunto las

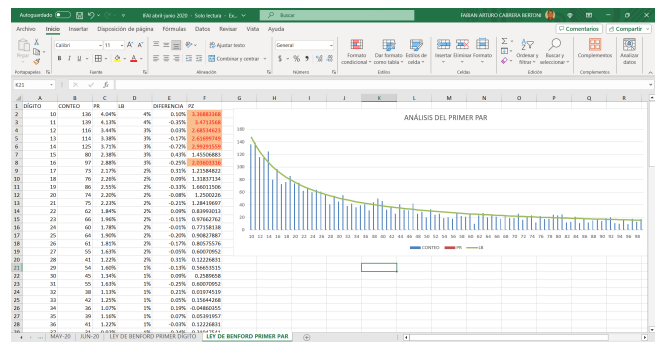


Fig. 24: Análisis del primer par.

puntuaciones z, se observa que existen valores que superan la curva (verde) y que existen valores de la puntuación z que son superiores a 1.94, por lo que es recomendable realizar revisiones minuciosas al consumo de medicamentos cuyo importe total comience con los dígitos: 11, 12, 13, 14 y 16.

## METODOLOGÍA

### Diseño, Población y Muestra

Para la aplicación del algoritmo integral se buscó información publicada en la Plataforma Nacional de Transparencia (PNT) relativa a bases de datos que contengan listados de medicamentos que describieran las cantidades consumidas, así como el precio unitario de cada uno de estos para conocer el gasto total por cada concepto. Los listados debían contar con más de 00 líneas, ser datos pertenecientes a sistemas de salud públicos distintos y consignarse en diferentes estacionalidades epidemiológicas.

Los resultados sirven a manera de ejemplificar la demostración de la Ley de Benford, añadiendo la puntuación Z de manera complementaria; se propone la metodología de Bertoni como herramienta de análisis de control interno para robustecer la interpretación ya que dicha información es inexistente en la PNT.

## RESULTADOS

### Resultados del primer caso.

La aplicación de esta metodología en Banobras S.N.C. ha permitido observar que el suministro de medicamentos se apega a la Ley de Benford, tanto en el análisis del primer dígito y del primer par, asimismo, no existen desviaciones estándar en las puntuaciones Z que inferan un mal uso de los recursos destinados a la entrega de medicamentos de sus usuarios.

### Presentación del segundo caso.

El Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS) es una entidad crucial en la atención de 80 millones de mexicanos (Gobierno de México, s/f), sin embargo, la transparencia del ejercicio de sus recursos ha sido cuestionada por los





**Fig. 30:** Ejemplo: Análisis del “par 34”.

## CONCLUSIONES

1. La aplicación del presente algoritmo debe ser efectuado por personal especializado y calificado, con la capacidad técnica de interpretación de los datos para evitar suposiciones erróneas.
2. El algoritmo no es infalible y el margen de error depende de la cantidad de datos que reciba. El mínimo indispensable es de 500 registros.
3. En sistemas de salud centralizados su utilidad puede tener interferencias que deben ser analizadas antes de aplicarse o de llegar a conclusiones precipitadas.
4. El apego del patrón del suministro de medicamentos a la curva de la Ley de Benford no necesariamente tiene que ser exacto, pueden existir variaciones porcentuales mientras no se afecten la puntuación  $z$ .
5. Los desvíos se presumen cuando existen transgresiones a la curva de la Ley de Benford y desviaciones superiores a 1.94 de la puntuación  $Z$ .
6. La Ley de Benford y la puntuación  $Z$  permiten el análisis atemporal y sin necesidad de registros previos, por lo que se recomienda su complementación con la metodología de la auditoría de Bertoni.
7. La metodología de la auditoría de Bertoni tiene la capacidad de generar registros históricos y trazabilidad que permite el análisis de los casos.
8. El desarrollo del algoritmo con inteligencia artificial permitirá la automatización de revisión de información, gestionando la administración de la empresa con el propósito de optimizar el flujo de efectivo a los proveedores.
9. El algoritmo puede proporcionar a las entidades una solución factible que permita el manejo de recursos con eficiencia, eficacia y economía.
10. El análisis de metadatos y de big data generado por el algoritmo permitirá el cálculo de proyecciones presupuestales para medicamentos con mayor precisión, evitando el subejercicio de los recursos.

## DISCUSIÓN

En este sentido, la auditoría debe dirigirse a esos medicamentos, verificar la entrada y salida de insumos como el cloruro de sodio y conciliar las recetas médicas de la tolterodina (medicamento para tratar la vejiga hiperactiva) con lo consignado en el expediente clínico y analizar si la

prescripción del medicamento esta plenamente justificado conforme a lo establecido en las Guías de Práctica Clínica (GPC), por lo que el análisis de la información debe repetirse en cada par anómalo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Auditoría Superior de la Federación (ASF), Instituto de Capacitación y Desarrollo en Fiscalización Superior (ICADEF). Introducción a la auditoría Forense. 2011.

Díaz de León. Las TIC en el sector público del Sistema de Salud de México: Avances y oportunidades. Acta univ vol.30 México 2020, Epub 26-Mar-2021.

Rodríguez A. Robo hormiga, distribución ineficiente y corrupción, causas que generan desabasto de medicamentos: Nosotrxs. El Financiero, Octubre de 2019.

<https://www.probabilidadyestadistica.net/puntuacion-z/>  
Academia Balderix (2024). Probabilidad y  
Estadística. Ley de Berford. Disponible en:  
<https://www.probabilidadyestadistica.net/ley-de-benford/>